МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ   
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Курсовая проект по дисциплине:**

**«МЕХАНИКА»**

**Проектирование механической модели катапульты**

Факультет: ВКИ НГУ (ИИР)

Группа: 21933

|  |  |
| --- | --- |
| Студенты: | Оценка |
| Круковский Василий |  |
|  |  |
|  |  |

Преподаватель:  *Сахнов А.Ю.*

НОВОСИБИРСК

2022

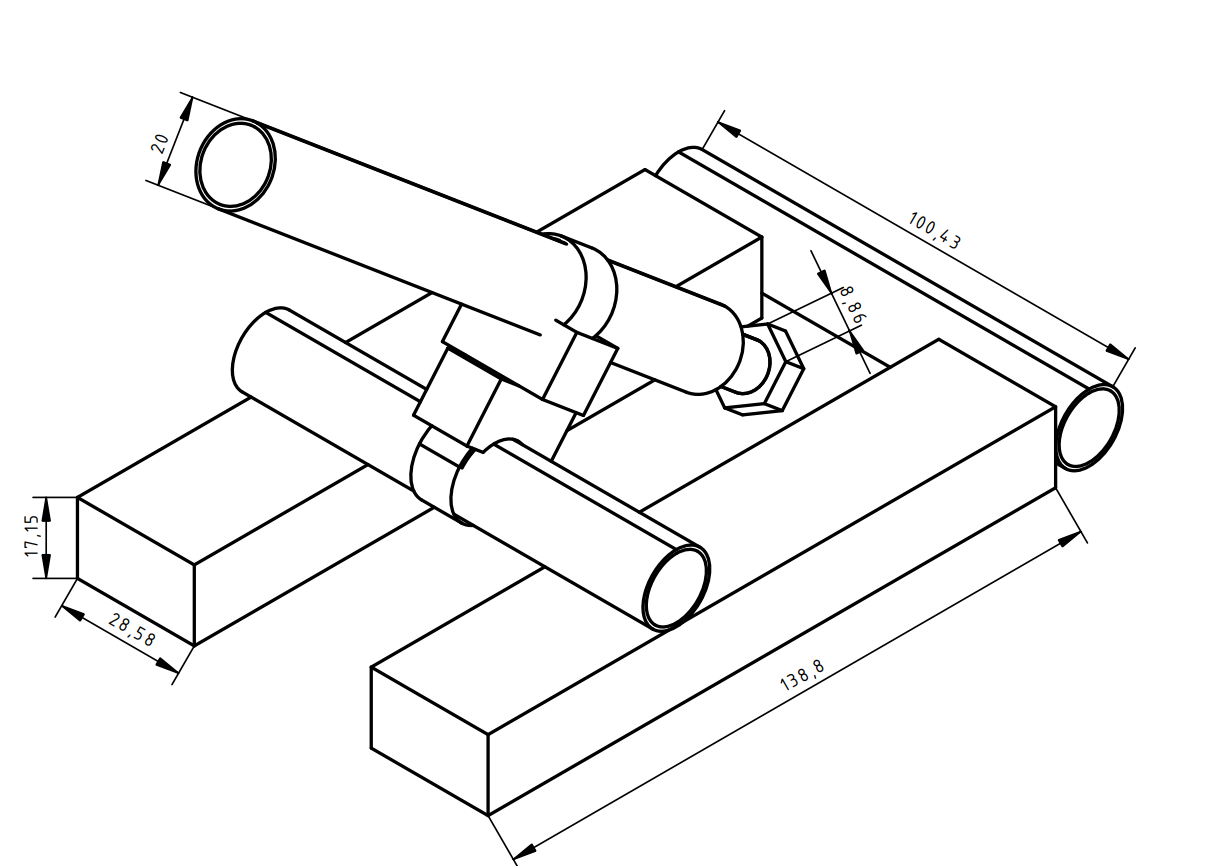
**1. Задание на курсовую работу.**

Создание механической модели. Обсуждение теоретической модели. Распределение обязанностей. Расчёт теоретической модели. Построение механической модели катапульты.

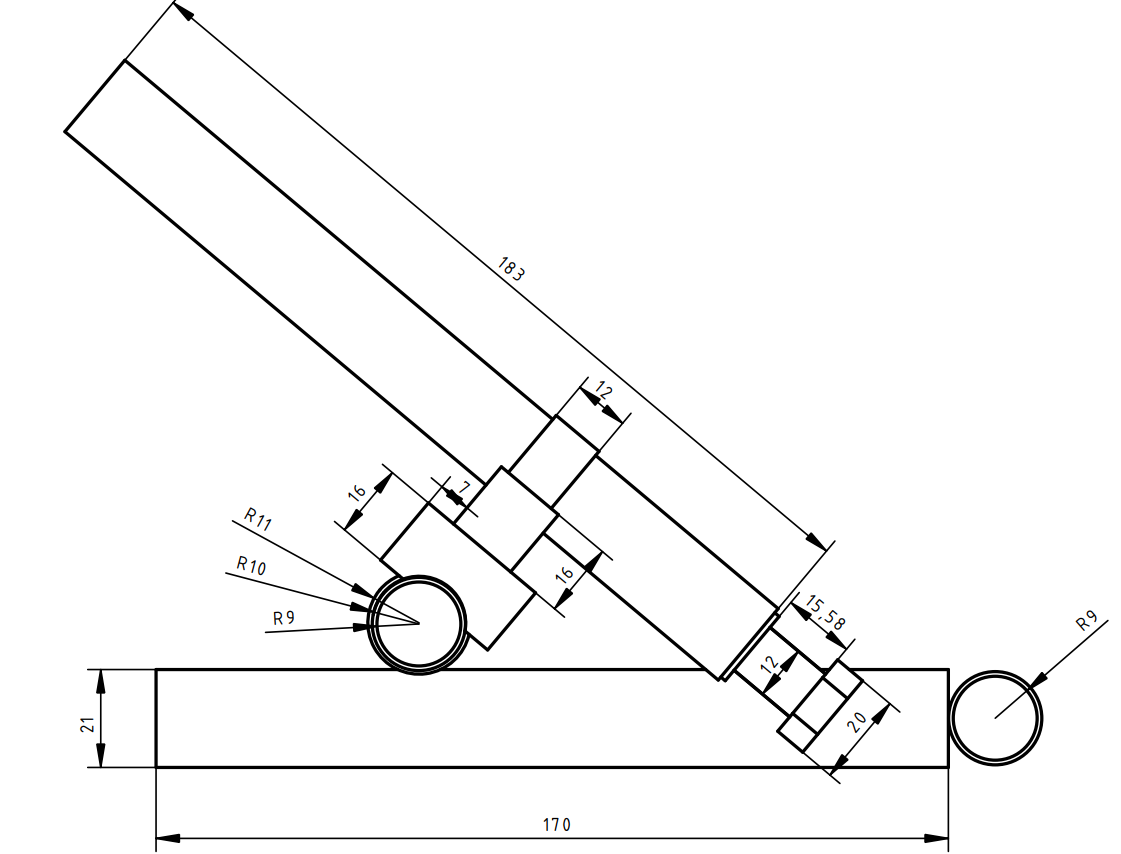
Описание механической модели:

1. Способность производить выстрел на 50-80 см.
2. Способность находится во взведённом состоянии без вмешательства человека.
3. Наличие механического спуска.
4. Целостность и устойчивость модели на протяжении трёх выстрелов

**2. Эскиз модели.**

****

Вид модели ортогональный

****

Вид модели сбоку

**3. Экспериментальное определение коэффициента жёсткости пружины (резинки)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| N-номер опыта | x – удлинение пружины [см] | m – масса груза [кг] | k - коэффициент жёсткости пружины [Н/м] |
| 1 | 0.025 | 6.5 | 2548 |
| 2 | 0.013 | 2 | 1507 |
| 3 | 0.018 | 3.5 | 1905 |

Подвесим груз массой m на пружине с коэффициентом жёсткости k и найдём удлинение x.

Стоит подчеркнуть что зависимость силы пружины от удлинения НЕ ЛИНЕЙНАЯ. Закон Гука для пружины можно применять лишь в случае удлинения пружины в рабочем ходе.

Рабочий ход пружины это область удлинений пружины примерно подчиняющихся закону Гука, то есть в этой области сила пружины будет прямо пропорционально возрастать удлинению. Именно поэтому по данным в таблице можно заметить довольно сильные разбросы значений.

По второму закону Ньютона: , тогда:

kср = 1986 Н/м

Полученное значение не является оптимальным при запуске снаряда маленькой массы и поэтому не будет учитываться при дальнейших расчётах.

**4. Динамический анализ механической модели (Расчёт разгона снаряда)**

1. Расчёт коэффициента жёсткости пружины.

G = 83670 МПа

Dw = 0.006 м

N = 11.5

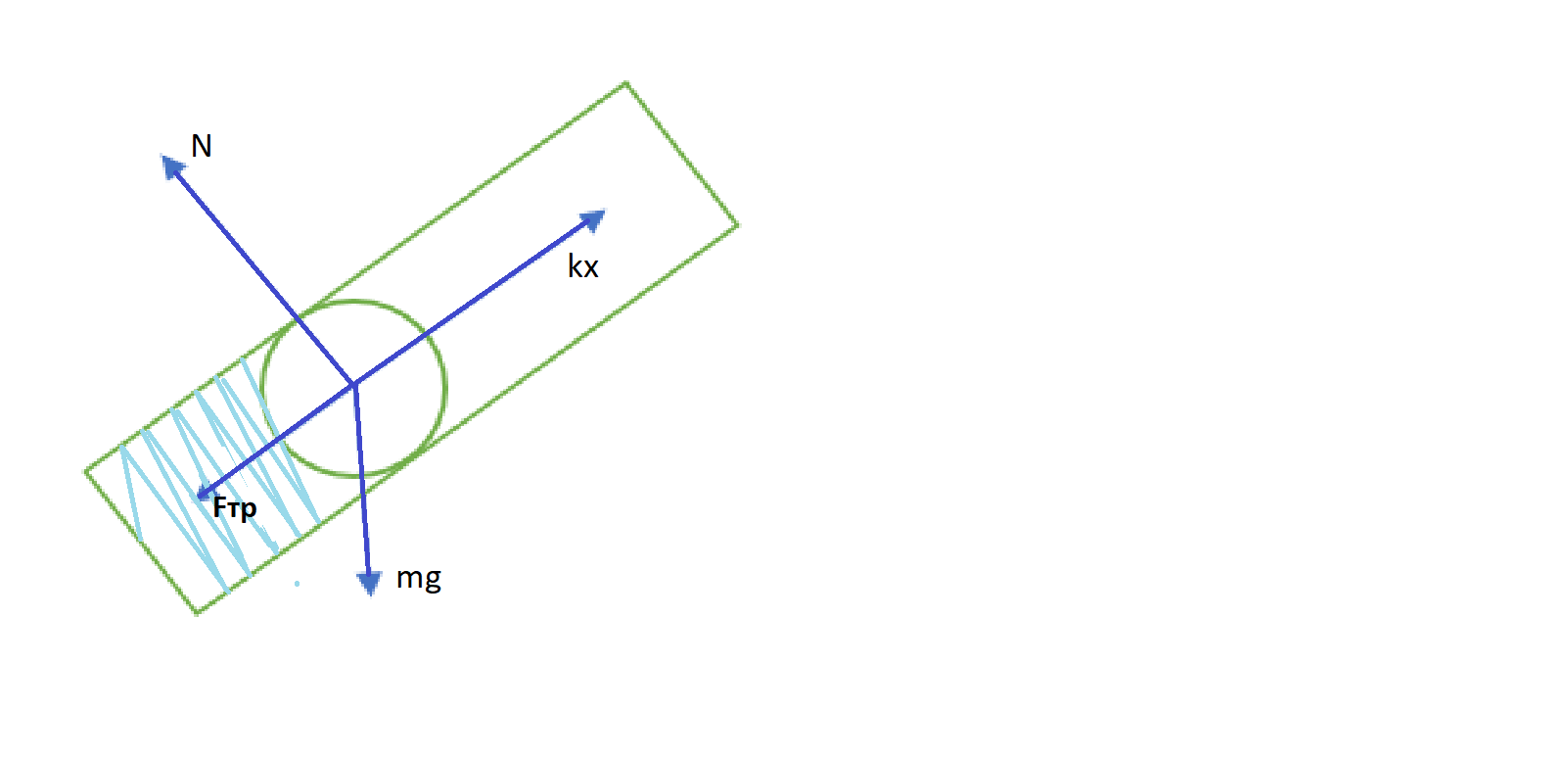
Dm = 0.016 м

Подробнее о пружине: ГОСТ 13165-67. Обозначение 7039-2021.

Таким образом получаем коэффициент жёсткости:

k = 1461 Н/м.

1. Расчёт движения снаряда трубке.



Ось X – ось противоположно направленная сжатию пружины. Необходимо найти зависимость координаты снаряда x от времени t. Сила трения в трубке присутствует, коэффициент трения качения равен µ, наклон трубки относительно земли равен углу α. Радиус трубки равен R.

Расчёт траектории x(t) сводится к решению дифференциального уравнения гармонического осциллятора с некоторыми коэффициентами.

Условия Коши:

Однородное линейное диф. уравнение:

После решения задачи Коши и гиперболических преобразований с комплексными числами получаем:

Заметим, что снаряд покоится в трубке в начальный момент времени.

Отделение снаряда от пружины происходит в момент времени , а именно, когда скорость конца пружины максимальна и равна скорости снаряда. Именно в этот момент вес тела оказываемый на пружину равен нулю.

Необходимо найти первую точку максимума у периодической функции скорости.

Подставляем в формулу

Получаем скорость в момент отрыва от пружины:

Примем эту скорость, за скорость в момент вылета из трубки:

в данном случае это начальное местоположение конца пружины, иначе говоря этой величиной определяется “на какую расстояние вывели из состояния равновесия пружину”.

Также стоит заметить, что скорость снаряда равна нулю, в случае когда , и действительно, правая часть равенства представляет собой величину “на сколько сильно сжалась пружина, когда сверху на неё положили снаряд”.

**5. Кинематический анализ механической модели (Расчёт траектории полёта снаряда)**

Снаряд движется с начальной скоростью v0 в воздухе под действием гравитационного поля.

По второму закону Ньютона:

Как известно, не все функции имеют свою первообразную выраженную в элементарных функциях. Зависимости x(t) и y(t) в данном случае тоже не имеют простейшую первообразную. Эту задачу можно решать выразив функции бесконечными рядами, либо методом бесконечных приближений, либо через точечную сетку и предельным определением производной функции.

Воспользуемся третьим методом. Решение задачи представлено на языке Python. Хочется подчеркнуть, что этим методом невозможно получить функциональную зависимость а лишь график траектории и значения координат в точках по отдельности с заданной точностью ƺ > 0. В аналогичном виде можно получить и значения скорости. Можно воспользоваться аппроксимацией, но эта задача не является целью данного проекта.

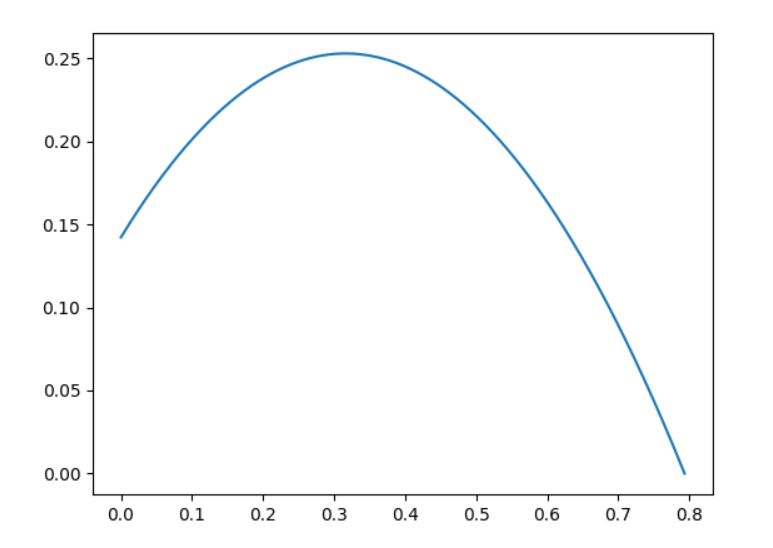
Иначе говоря, это разложение по ряду Тейлора. Таким образом при достаточно малых можно сказать, что

~

Иначе говоря, получаем рекурсивную функцию, где это скорость с которой вылетел снаряд из трубки.

Заметим, что изменение координаты снаряда за промежуток времени есть скорость и координаты рекурсивным образом тоже можно вычислить, где – местоположение снаряда при вылете из трубки.

Тогда время полёта



Необходимо указать начальное местоположение, а именно

L – длина трубки

dx – удлинение пружины

D = начальная длина вкрученного болта = 0.053

Начальная скорость вылета снаряда нам известна из предыдущего раздела

Воспользуемся рекурсивной формулой для расчёта дальности полёта в качестве примера приведена первая итерация, или говоря иначе, приближение на промежутке времени [0, ]:

Воспользоваться определением предела для определения перемещения:

Чтобы понять, когда заканчивать вычисления по алгоритму, необходимо проверять

Если условие выполняется, то снаряд приземлился.

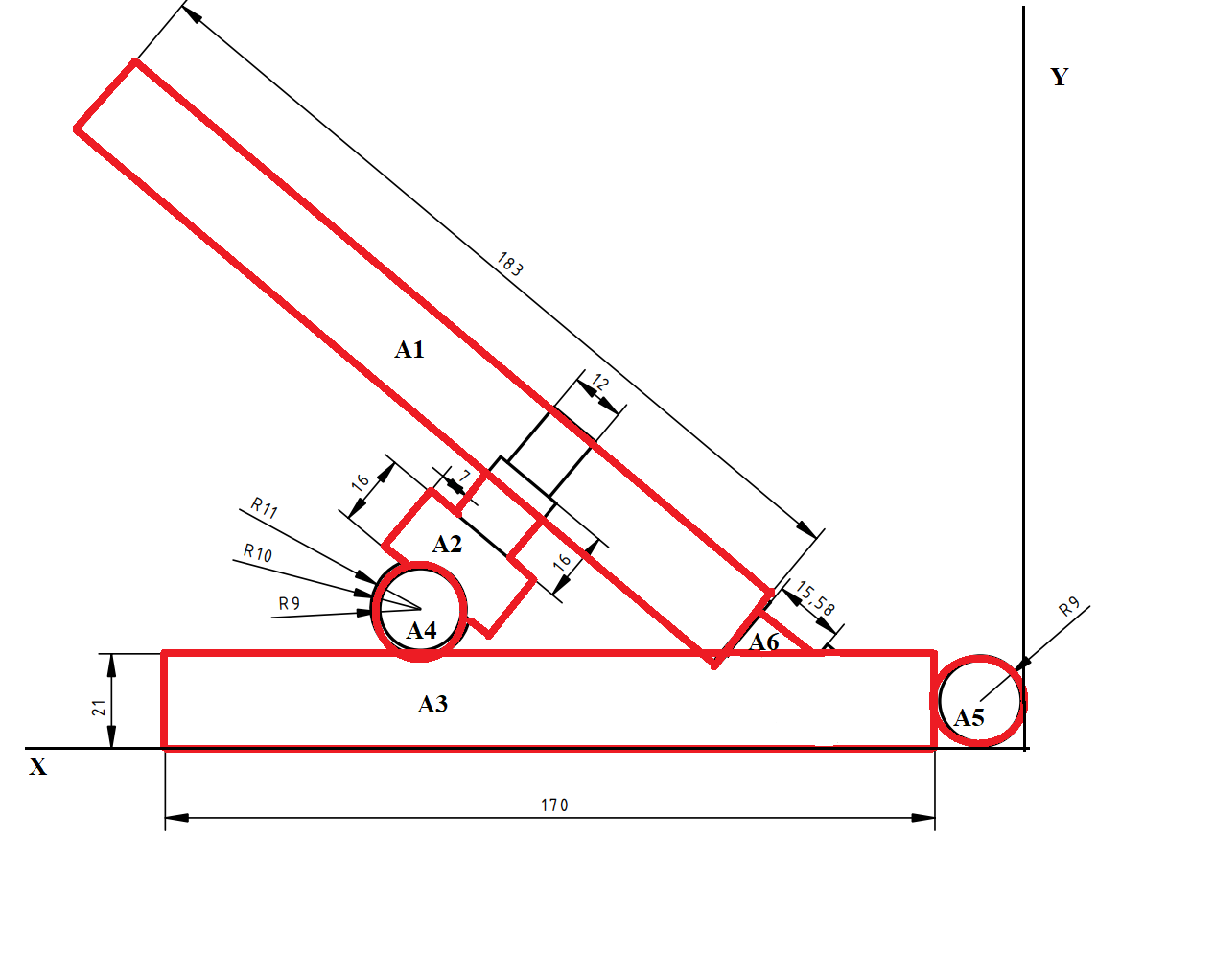
На 755123-ой итерации получаем:

Таким образом, дальность полёта составляет 79.3 сантиметра

**6. Обоснование устойчивости механической модели (Определение центра тяжести)**

Для упрощения данной задачи примем конструкция за однородный объект и будем считать центр тяжести в проекции, так как объект симметричен. Решение представляет из себя два метода.

1. Конструкция имеет множество простейших элементов (n-угольники и круги) с центрами тяжести xi и yi и по формуле ниже находим центр тяжести всей конструкции. Ai – площадь простейшего элемента. Координаты указаны в мм

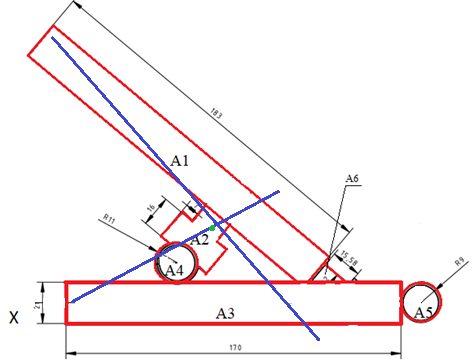


Разбиение на элементы

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер элемента | A | X | Y |
| 1 | 3660 | 148 | 93 |
| 2 | 780 | 116 | 47 |
| 3 | 3570 | 103 | 10.5 |
| 4 | 121 π | 133 | 32 |
| 5 | 81π | 9 | 9 |
| 6 | 93.5 | 68 | 25 |

1. С помощью метода подвешивания получаем координаты центра тяжести:

Суть метода заключается в том, чтобы подвесить объект по очереди за определённую материальные точки и провести перпендикуляры к поверхности от которой измеряют. На пересечении перпендикуляров будет лежать точка центра масс.



Линии силы тяжести (син.) и теоретический центр масс (зел.)

xц = 11.72 см

yц = 5.1 см

**7. Деформационный анализ ключевых элементов конструкции (изгиб, кручение, растяжение-сжатие, оценка коэффициентов запаса прочности и избытка массы механической модели)**

Ключевым элементом, который подвержен деформации – механизм взвода, а именно часть полипропиленовой трубки возле спускового курка.

Коэффициент Пуассона для такого полипропилена равен 0.42 – 0.44.

Также допускаемое напряжение на сжатие полипропилена равно   
13-15 МПа.

Условие прочности:

Так как у конструкции имеется две опоры площадью S1 = 7 мм2, то сила которая необходима для износа конструкции равна:

Максимальное сжатие пружины в механической модели равно около 40 мм. Предельное сжатие самой пружины равно 49.2 мм, поэтому повреждение пружины не рассматривается. Несомненно, коэффициент жёсткости с увеличением нагрузки численно увеличивается. Предположим, что коэффициент жёсткости k будет равен 3000 Н/м, базируясь оценкой табличных значений.

Таким образом, приходим к выводу о том, что условие прочности выполняется.

**8. Сравнение фактических параметров механической модели с расчётными параметрами.**

1. Сравнение центров тяжести моделей: практический и расчётный.

Относительная погрешность составляет:

1. Сравнение коэффициента жёсткости пружины: фактический и расчётный.

Относительная погрешность составляет:

Причиной такой большой погрешности является неправильное использование полученных данных на практике. Не является правильным применение закона Гука о линейной зависимости между силой и удлинением при больших удлинениях.

1. Сравнение дальности полёта снаряда:

|  |  |
| --- | --- |
| Номер опыта | Дальность полёта |
| 1 | 76 |
| 2 | 75 |
| 3 | 73 |
| 4 | 75 |
| 5 | 80 |

Теоретическое значение:

Среднее практическое:

Относительная погрешность составляет:

Погрешность может возникать по причине трения деталей пускового механизма.

**9. Описание электронной модели механической системы**

Код представлен на языке Python.

import matplotlib.pyplot as plt  
from math import sin, cos, pi, sqrt  
def sign(x):  
 return (x >= 0) - (x < 0)  
  
C\_x = 0.47  
g = 9.8  
q = 0.45  
R = 0.015/2  
density\_air = 1.225  
alpha\_degree = 45  
density\_ball = 7860  
dx = 0.012  
k = 1461  
V\_ball = (4/3) \* pi \* pow(R, 3)  
S = pi \* pow(R, 2)  
m\_ball = density\_ball \* V\_ball  
print("Доброго времени суток! Вас приветствует помощник по обработке баллистического "  
 "движения при запуске из механической модели. Введите входные данные:")  
print("Масса снаряда в килограммах:")  
m\_ball = float(input())  
print("Угол под котором был запущен снаряд в градусах")  
alpha\_degree = int(input())  
print("\n")  
  
t = (pi/2)\*sqrt(m\_ball/k)  
  
eps = 0.000001  
x0 = 0.0  
alpha = (alpha\_degree) \* pi / 180  
y0 = (0.207 + (0.053- dx))\*sin(alpha)  
w = (0.5 \* C\_x \* S \* density\_air) / m\_ball  
  
Arr\_x = []  
Arr\_x.append(x0)  
Arr\_y = []  
Arr\_y.append(y0)  
  
A = (m\_ball\*g/k)\*((q/R)\*cos(alpha) + sin(alpha))  
v0 = sin(sqrt(k/m\_ball) \* t) \* (dx - A) \* sqrt(k/m\_ball)  
print("Скорость снаярда при вылете из трубки v = ", v0)  
vy0 = v0 \* sin(alpha)  
vx0 = v0 \* cos(alpha)  
  
Arr\_vy = []  
Arr\_vy.append(vy0)  
Arr\_vx = []  
Arr\_vx.append(vx0)  
  
i = 0  
while(True):  
 vx = Arr\_vx[i - 1]  
 vy = Arr\_vy[i - 1]  
 d = abs(pow(pow(vy, 2) + pow(vx, 2), 0.5))  
 Arr\_vy.append(vy - eps \* (g + vy \* w \* d))  
 Arr\_vx.append(vx - eps \* (0 + vx \* w \* d))  
 if(sign(Arr\_vx[i]) == -1):  
 print("Снаряд такой массы не полетит. В проекте подразумевалась масса не больше 40 грамм. "  
 "Кстати, оптимальный угол равен 57 градусам")  
 break  
 Arr\_y.append(Arr\_y[i - 1] + eps \* vy)  
 Arr\_x.append(Arr\_x[i - 1] + eps \* vx)  
 if( abs(Arr\_y[i]) <= (eps/2) or Arr\_y[i] <= -eps/2):  
 print("Дальность полёта L =", round(Arr\_x[i], 3), "метров")  
 print("Время полёта t =", i\*eps, "секунд" )  
 break  
 i += 1  
print(Arr\_x[i], Arr\_y[i])  
plt.plot(Arr\_x, Arr\_y)  
plt.show()

**10. Список литературы**

https://moodle.kstu.ru/pluginfile.php/511741/mod\_resource/content/1/движ\_под\_углом\_с\_учетом\_сопр\_лекция3.pdf

https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон\_Гука

https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4294837/4294837991.pdf

https://ru.wikipedia.org/wiki/Центр\_масс